Prof. Dr. Alfred Toth

Kreisfunktionen von Permutationen

1. Wir gehen, wie schon in Toth (2025), von der folgenden kontexturierten semiotischen Matrix aus (vgl. Kaehr 2009, S. 72).

polycontextural semiotic 3 – matrix

$$Sem^{(3,2)} = \begin{array}{c|ccc} MM & 1_{1.3} & 2_{1.2} & 3_{2.3} \\ \hline 1_{1.3} & \mathbf{1.1_{1.3}} & \mathbf{1.2_{1}} & \mathbf{1.3_{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1_{1}} & \mathbf{2.2_{1.2}} & \mathbf{2.3_{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1_{3}} & \mathbf{3.2_{2}} & \mathbf{3.3_{2.3}} \end{array}$$

In der Semiotik ist die Relation

$Z = (1, 2, 3)$

die Ordnung der Zeichendefinition und der Realitätsthematiken. Ihre Konverse

$Z^{-1} = (3, 2, 1)$

ist die Ordnung der Zeichenklassen. Aber auch die übrigen 4 der 3! = 6 Relationen sind definiert, nämlich als Kommunikations- und Kreationsrelation sowie ihre Konversen. Mit anderen Worten: Alle 6 Permutationen sind definiert und haben semiotische Modelle, die sie erfüllen.

2. Wir gehen nun aus von der Relation der kontexturierten P-Zahlen $P = (-1_{1.3}, 0_{1.2}, 1_{2.3})$ und untersuchen die Kreisfunktionen ihrer Permutationen.

2.1. $P = (-1_{1.3}, 0_{1.2}, 1_{2.3})$

$$\begin{array}{ccccccc}
-1_{1.3} & \leftarrow & & & & & 1_{2.3} \\
\downarrow & & & & & & \uparrow \\
 & & 0_{2.1}{}^{\smile} & \leftarrow & -1_{3.1} & & \\
 & & | & & | & & \\
-1_{1.3} & \rightarrow & 0_{1.2} & \circ & -1_{1.3} & \rightarrow & 1_{2.3} \\
 & & | & & | & & \\
 & & 0_{1.2} & \rightarrow & -1_{1.3} & & \\
\downarrow & & & & & & \uparrow \\
-1_{1.3} & \rightarrow & & & & & 1_{2.3}
\end{array}$$

Kreisfunktion:

$$\begin{array}{ccc} 0_{2.1}{}^{\smile} & \leftarrow & -1_{3.1} \\ | & & | \\ 0_{1.2} & \circ & -1_{1.3} \\ | & & | \\ 0_{1.2} & \rightarrow & -1_{1.3} \end{array}$$

2.2. $P = (-1_{1.3}, 1_{2.3}, 0_{1.2})$

$$\begin{array}{ccccccc} -1_{1.3} & \multicolumn{5}{c}{\longleftarrow} & 0_{1.2} \\ \downarrow & & & & & & \uparrow \\ & & 1_{3.2}{}^{\smile} & \leftarrow & -1_{3.1} & & \\ \downarrow & & | & & | & & \uparrow \\ -1_{1.3} & \rightarrow & 1_{2.3} & \circ & -1_{1.3} & \rightarrow & 0_{1.2} \\ \downarrow & & | & & | & & \uparrow \\ & & 1_{2.3} & \rightarrow & -1_{1.3} & & \\ \downarrow & & & & & & \uparrow \\ -1_{1.3} & \multicolumn{5}{c}{\longrightarrow} & 0_{1.2} \end{array}$$

Kreisfunktion:

$$\begin{array}{ccc} 1_{3.2}{}^{\smile} & \leftarrow & -1_{3.1} \\ | & & | \\ 1_{2.3} & \circ & -1_{1.3} \\ | & & | \\ 0_{2.3} & \rightarrow & -1_{1.3} \end{array}$$

2.3. P = $(0_{1.2}, -1_{1.3}, 1_{2.3})$

$$\begin{tikzcd}
0_{1.2} \arrow[dd] & & & 1_{2.3} \arrow[lll] \\
& -1_{3.1}^{\smile} \arrow[d, dash] & 0_{2.1} \arrow[l] \arrow[d, dash] & \\
0_{1.2} \arrow[r] \arrow[dd] & -1_{1.3} \arrow[r, phantom, "\circ"] \arrow[d, dash] & 0_{1.2} \arrow[r] \arrow[d, dash] & 1_{2.3} \arrow[uu] \\
& -1_{1.3} \arrow[r] & 0_{1.2} & \\
0_{1.2} \arrow[rrr] & & & 1_{2.3} \arrow[uu]
\end{tikzcd}$$

Kreisfunktion:

$$\begin{tikzcd}
-1_{3.1}^{\smile} \arrow[d, dash] & 0_{2.1} \arrow[l] \arrow[d, dash] \\
-1_{1.3} \arrow[r, phantom, "\circ"] \arrow[d, dash] & 0_{1.2} \arrow[d, dash] \\
-1_{1.3} \arrow[r] & 0_{1.2}
\end{tikzcd}$$

2.4. P = $(0_{1.2}, 1_{2.3}, -1_{1.3})$

$$\begin{tikzcd}
0_{1.2} \arrow[dd] & & & -1_{1.3} \arrow[lll] \\
& 1_{3.2}^{\smile} \arrow[d, dash] & 0_{2.1} \arrow[l] \arrow[d, dash] & \\
0_{1.2} \arrow[r] \arrow[dd] & 1_{2.3} \arrow[r, phantom, "\circ"] \arrow[d, dash] & 0_{1.2} \arrow[r] \arrow[d, dash] & -1_{1.3} \arrow[uu] \\
& 1_{2.3} \arrow[r] & 0_{1.2} & \\
0_{1.2} \arrow[rrr] & & & -1_{1.3} \arrow[uu]
\end{tikzcd}$$

Kreisfunktion:

$1_{3.2}^{\smile} \quad \leftarrow \quad 0_{2.1}$

$| \qquad\qquad |$

$1_{2.3} \quad \circ \quad 0_{1.2}$

$| \qquad\qquad |$

$1_{2.3} \quad \rightarrow \quad 0_{1.2}$

2.5. $P = (1_{2.3}, 0_{1.2}, -1_{1.3})$

$$\begin{tikzcd}
1_{2.3} \arrow[dd] & & & & & & -1_{1.3} \arrow[llllll] \\
& & 0_{2.1}^{\smile} \arrow[d, dash] & & 1_{3.2} \arrow[ll] \arrow[d, dash] & & \\
1_{2.3} \arrow[rr] \arrow[dd] & & 0_{1.2} \arrow[d, dash] & \circ & 1_{2.3} \arrow[rr] \arrow[d, dash] & & -1_{1.3} \arrow[uu] \\
& & 0_{1.2} \arrow[rr] & & 1_{2.3} & & \\
1_{2.3} \arrow[rrrrrr] & & & & & & -1_{1.3} \arrow[uu]
\end{tikzcd}$$

Kreisfunktion:

$0_{1.2}^{\smile} \quad \leftarrow \quad 1_{2.3}$

$| \qquad\qquad |$

$0_{1.2} \quad \circ \quad 1_{2.3}$

$| \qquad\qquad |$

$0_{1.2} \quad \rightarrow \quad 1_{2.3}$

2.6. $P = (1_{2.3}, -1_{1.3}, 0_{1.2})$

$$\begin{tikzcd}
1_{2.3} \arrow[dd] & & & 0_{1.2} \arrow[lll] \\
& -1_{3.1}^{\smile} \arrow[d, dash] & 1_{3.2} \arrow[l] \arrow[d, dash] & \\
1_{2.3} \arrow[r] \arrow[dd] & -1_{1.3} \arrow[r, phantom, "\circ"] \arrow[d, dash] & 1_{2.3} \arrow[r] \arrow[d, dash] & 0_{1.2} \arrow[uu] \\
& -1_{1.3} \arrow[r] & 1_{2.3} & \\
1_{2.3} \arrow[rrr] & & & 0_{1.2} \arrow[uu]
\end{tikzcd}$$

Kreisfunktion:

$$\begin{array}{lcl}
-1_{3.1}^{\smile} & \leftarrow & 1_{3.2} \\
| & & | \\
-1_{1.3} & \circ & 1_{2.3} \\
| & & | \\
-1_{1.3} & \rightarrow & 1_{2.3}
\end{array}$$

Die Kreisfunktionen sind wegen paarweise verschiedener Heteromorphismen natürlich selbst paarweise verschieden, und zwar sowohl was die P-Zahlen als auch was ihre kontexturellen Indizes angeht

ξ_3: $(-1_{3.1}^{\smile} \leftarrow 0_{2.1})$

ξ_6: $(-1_{3.1}^{\smile} \leftarrow 1_{3.2})$

ξ_1: $(0_{2.1}^{\smile} \leftarrow -1_{3.1})$

ξ_5: $(0_{2.1}^{\smile} \leftarrow 1_{3.2})$

ξ_4: $(1_{3.2}^{\smile} \leftarrow 0_{2.1})$

ξ_2: $(1_{3.2}^{\smile} \leftarrow -1_{3.1})$.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Stories. Glasgow, U.K. 2009

Toth, Alfred, Gegenidentische Kreisfunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025

5.4.2025